



Einblick in die Festigkeitsberechnung nach DIN 3689 genormter hypotrochoidischer Welle-Nabe-Verbindungen unter reiner Torsionsbeanspruchung

Marcus Selzer¹ · Masoud Ziaei¹ · Frank Forbrig¹

Eingegangen: 13. November 2023 / Angenommen: 11. Mai 2024 / Online publiziert: 24. Mai 2024
© The Author(s) 2024

Zusammenfassung

Im Bereich der modernen Antriebstechnik sind immer höhere Leistungsdichten gefordert, weshalb die herkömmlichen formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen zunehmend an ihre mechanischen Grenzen stoßen. Vor diesem Hintergrund erschien im November 2021 die Norm DIN 3689 Teil 1 für die hypotrochoidische Profilgeometrie als vielversprechende Alternative, welche in genannter Norm die Abkürzung *H-Profil* erhalten hat. Auf Basis umfangreicher Bauteilversuche nach dem Treppenstufenverfahren wurde ihr dynamisches Tragverhalten bei einer schwellenden Torsionsbelastung untersucht. Die unter dieser Vorgehensweise ermittelten experimentellen Kerbwirkungszahlen sowie ertragbaren Torsionsmomentamplituden geben einen ersten Einblick in die dynamische Torsionsbeanspruchbarkeit in Abhängigkeit der Profilparameter Mitnehmerzahl und Proflexzentrizität. Ergänzend wurde auch der Einfluss des Werkstoffs der Welle betrachtet.

Für die alleinige H-Profilwelle ohne Nabe existieren bereits verlässliche Berechnungsgleichungen, welche auf einer analytischen Methode beruhen. Für den statischen Lastfall wurden diese Gleichungen bereits experimentell abgesichert. Die Ergebnisse werden im hier vorliegenden Beitrag für die reine Torsionsbeanspruchung vorgestellt und zeitnah in den Berechnungsteil 2 der Norm DIN 3689 einfließen. Damit wird dem Konstrukteur ein Werkzeug zur Verfügung gestellt, womit er zukünftig die Auslegung der H-Profilwellen und die Berechnung erforderlicher statischer Sicherheiten vornehmen kann. Zur Abschätzung der dynamischen Übertragungsfähigkeit werden rein rechnerische Kerbwirkungszahlen der untersuchten H-Profilwellen vorgestellt, deren Gegenüberstellung mit den experimentellen Werten der Verbindung zudem die Wirkung der tribologischen Beanspruchung im Kontakt zwischen Welle und Nabe auf die Gestaltfestigkeit aufzeigt.

Die zu den herkömmlichen Formschlussverbindungen vergleichsweise niedrigen Kerbwirkungszahlen der alleinigen H-Profilwellen und auch der Verbindungen mit Nabe aufgrund der geometriebedingt geringeren Kerbwirkung lassen in Kombination mit einer wirtschaftlichen Herstellbarkeit hypotrochoidischer Profile eine erfolversprechende Zukunft erwarten.

✉ Marcus Selzer
marcus.selzer@fh-zwickau.de

¹ Institut für Maschinenentwicklung IfM, Westsächsische Hochschule Zwickau, Kornmarkt 1, 08056 Zwickau, Deutschland

Insight into the strength calculation of DIN 3689 standardised hypotrochoidal shaft-hub connections under pure torsional stress

Abstract

In the field of modern drive technology, ever higher power densities are required, which is why conventional form-fit shaft-hub connections are increasingly reaching their mechanical limits. Against this backdrop, in November 2021 the DIN 3689 Part 1 standard for hypotrochoidal profile geometry appeared as a promising alternative, which was given the abbreviation *H-profile* in the aforementioned standard. Based on extensive component tests using the staircase method, their dynamic load-bearing behaviour under a torsional load was investigated. The experimental fatigue notch factors and bearable torsional moment amplitudes determined using this procedure provide a first insight into the dynamic torsional load-bearing capacity in dependence of the profile parameters number of corners and profile eccentricity. The influence of the shaft material was also analysed.

Reliable calculation equations based on an analytical method already exist for the hypotrochoidal shaft without hub. These equations have already been verified experimentally for the static load case. The results for pure torsional loading are presented in this article and will be incorporated into calculation part 2 of the DIN 3689 standard in the near future. This will provide the designer with a tool that he can use in future to design hypotrochoidal shafts and calculate the required static safety factors. In order to estimate the dynamic torsional load-bearing capacity, purely theoretical fatigue notch factors of the investigated hypotrochoidal shafts are presented, the comparison of which with the experimental values of the connection also shows the effect of the tribological stress in the contact between shaft and hub on the fatigue strength. The comparatively low fatigue notch factors of the stand alone hypotrochoidal shafts and also of the connections with hub compared to conventional form-fit connections due to the geometry-related lower notch effect, in combination with the economical manufacturability of hypotrochoidal profiles, suggest a promising future.

1 Motivation

Im Bereich der modernen Antriebstechnik stoßen die herkömmlichen formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen (WNV), bspw. die Passfederverbindung oder das evolventische Zahnwellenprofil, immer mehr an ihre mechanischen Grenzen. Die erhöhten Leistungsdichten, welche sich aufgrund größerer zu übertragender Lasten bei gleichzeitiger Reduktion des Bauraums und damit der Bauteilmasse ergeben, erfordern eine Optimierung der sich im Antriebsstrang befindlichen Bauteile. Vor diesem Hintergrund wird im vorliegenden Beitrag der Fokus auf die formschlüssige WNV als übertragendes Element gerichtet. Die seit November 2021 in DIN 3689 Teil 1 [1] genormte hypotrochoidische Profilgeometrie stellt hierbei eine vielversprechende Alternative dar. Im Einsatz als Formschlussverbindung konnte sie im Forschungsvorhaben IGF-Nr. 21098 BR [2] im Rahmen des Förderprogramms der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) ihr großes Potenzial bei der dynamischen Drehmomentübertragbarkeit auf Basis umfangreicher Bauteilversuche aufzeigen. Im technischen Einsatz der hypotrochoidischen WNV (H-PWNV) ist damit eine signifikante Steigerung der Übertragungskapazität zu erwarten. Das verbesserte Tragverhalten in Kombination mit einer hoch wirtschaftlichen Herstellbarkeit der H-PWNV untermauert damit die Notwendigkeit der Norm DIN 3689, in deren Teil 1 zunächst die hypotrochoidische Geometrie in Form von Auswahlreihen definiert wird. Aufgrund des Neuheitsgrades existiert aktuell jedoch noch

keine gesicherte Festigkeitsberechnung für die H-PWNV. Um einen verstärkten Markteinsatz zu erreichen, wird zeitnah die Veröffentlichung des zweiten Teils der Norm, welcher die Dimensionierung und Berechnung beinhalten wird, angestrebt.

Am Institut für Maschinenentwicklung (IfM) der Westsächsischen Hochschule Zwickau wird hierzu an einer normungsfähigen Auslegungsrechnung für die hypotrochoidische Geometrie gearbeitet. Der vorliegende Beitrag gibt diesbezüglich einen Einblick in die umfangreichen theoretischen und experimentellen Ergebnisse für den Lastfall reine Torsion. Für die Übertragungsfähigkeit der alleinigen hypotrochoidischen Profilwelle (H-Profilwelle), zunächst ohne Nabe, wird ein normungsfähiger Berechnungsansatz vorgestellt. Darüber hinaus wird die im Bauteilversuch erreichte Gestaltfestigkeit der H-Profilverbindung mit Nabe vorgestellt, um das signifikant verbesserte Tragverhalten erstmalig auch quantifizieren zu können. Im Zusammenhang damit werden zudem der Einfluss variabler Flankenformen, der Mitnehmerzahl sowie eines hochfesten Wellenwerkstoffs auf das Tragverhalten die Verbindung untersucht.

2 Geometrie der Hypotrochoide

Die Theorie der geometrischen Erzeugung der einfachen Hypotrochoide wurde bereits ausführlich in [3] und [4] vorgestellt, weshalb in diesem Beitrag nicht genauer darauf eingegangen wird. Die Definition aller geometrischer

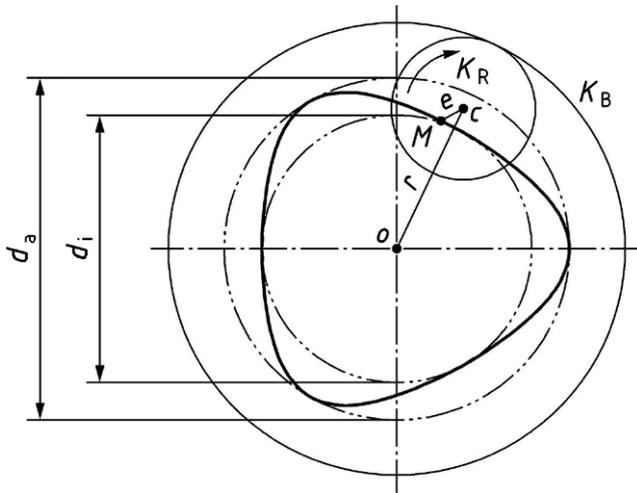


Abb. 1 Erzeugung der hypotrochoidischen Kontur (exemplarisch für $n=3$) [1]

Kenngößen des H-Profiles ist in der Norm DIN 3689 Teil 1 enthalten. Abb. 1 zeigt die geometrische Erzeugung sowie die wichtigsten Kenngößen eines H-Profiles mit $n=3$ Mitnehmern. Der Hüllkreisdurchmesser d_a begrenzt hierbei das Profil nach außen. Weitere Kenngößen sind der Pferchkreisdurchmesser d_i sowie der Basisradius r . Diese Größen finden sich in der genormten Bezeichnung mit $Hn-d_a \times d_i$ wieder, welche im weiteren Vorgehen Verwendung finden wird.

Die H-Profile lassen mittels moderner Fertigungstechnologien wie dem oszillierenden Unrunddrehen [5] oder dem Zweispindel-Polygondrehen hochwirtschaftlich herstellen. Darüber hinaus eignet sich das aus dem Bereich der Stirnradverzahnung bekannte Wälzfräsen zum Herstellen polygonaler Profilkonturen.

In DIN 3689 Teil 1 sind aktuell 18 Profilvarianten mit variabler Profilexzentrizität e und Mitnehmerzahl n genormt und werden entsprechend ihrer Hüll- und Pferchkreisdurchmesser in Auswahlreihen kategorisiert. Die H-PWNV besitzt damit gegenüber herkömmlichen Formschlussverbin-

dungen eine große geometrische Anpassungsfähigkeit an die jeweiligen technischen Anforderungen. In einem DFG-Vorhaben [6] wurden hypotrochoidische Konturen mit $n=3$ und $n=7$ Mitnehmern numerisch sowie stichprobenartig experimentell untersucht. Um diese Versuchsreihen zu ergänzen, wurde sich im vorliegenden Beitrag vor allem auf die Mitnehmerzahl $n=5$ fokussiert. Die Norm hält hierfür drei Profilvarianten bereit, von diesen das H5-Profil mit flachen Flanken entsprechend Abb. 2b die Referenz darstellt. Zur Ermittlung des Einflusses der Profilexzentrizität e auf das Tragverhalten wurde das H5-Profil mit konkaven Flanken (s. Abb. 2c) und damit erhöhtem Formschlussgrad geprüft.

Weiterhin wurde ein H3-Profil mit $n=3$ Mitnehmern und konvexen Flanken nach Abb. 2a numerisch und experimentell untersucht.

3 Festigkeitsberechnung der H-Profilwelle

ZIAEI hat in [3] die Möglichkeit einer analytischen Ermittlung der Torsionsspannung und -verformung an H-Profilwellen mittels der Methode der konformen Abbildung umfassend dargestellt. Sie ist jedoch nur für die freie Oberfläche, d.h. die alleinige Profilwelle ohne Nabe geeignet. Der Nachweis der Anwendbarkeit der Methode erfolgte über den Abgleich von experimentellen Dehnungsmessungen mit den analytischen Werten einer exemplarischen nicht genormten H-Profilwelle mit $n=3$ Mitnehmern. Hierbei konnte eine sehr hohe Übereinstimmung festgestellt werden. Weiterführend hat er für alle in DIN 3689 Teil 1 genormten Profilvarianten mit einem Hüllkreisdurchmesser von $d_a=40\text{mm}$ den Verdrehwinkel φ über das nach zwei Methoden analytisch bestimmte Torsions-Trägheitsmoment I_t berechnet. Die Ergebnisse ergaben in diesem Falle eine sehr gute Übereinstimmung mit den Werten aus der FE-Simulation. Aufbauend auf diesen Ergebnissen wurde von ZIAEI in [7] ein Spannungsfaktor α_t für alle 18 genormten H-Profile tabellarisch präsentiert, welcher sich auf Basis des analytisch ermittelten Maximums der Torsionsspannung $\tau_{t,\max}$ sowie der Torsionsspannung $\tau_{t,0}$ des Referenzquerschnitts berechnet. Auf die Anwendbarkeit des Spannungsfaktors α_t im Rahmen einer Festigkeitsberechnung wurde jedoch nicht genauer eingegangen, da sich der Fokus dieser Arbeit auf die Biegebeanspruchung hypotrochoidischer Profile richtet. Diesen Sachverhalt aufgreifend, wird im ersten Teil dieses Beitrags eine normungsfähige Festigkeitsberechnung bei reiner Torsionsbeanspruchung zunächst für die alleinige H-Profilwelle auf Basis des Faktors α_t vorgestellt, welche zukünftig die Grundlage für den Berechnungsteil der Norm DIN 3689 Teil 2 liefern wird.

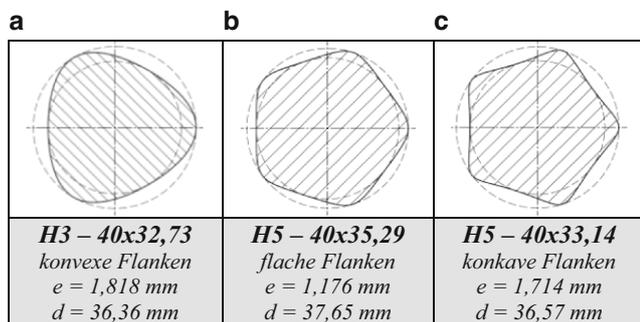


Abb. 2 Auswahl der genormten H-Profilvarianten für die theoretischen und experimentellen Untersuchungen [1]

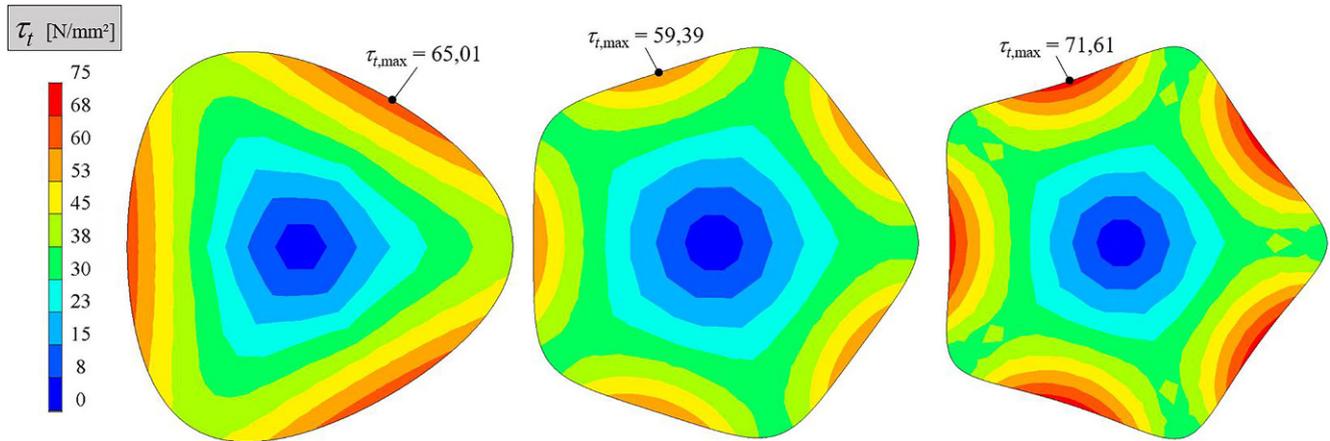


Abb. 3 Gegenüberstellung der numerisch ermittelten Torsionsspannung τ_t im Profilquerschnitt des H3-Profiles mit konvexen Flanken (*links*), des H5-Profiles mit flacher Flankenform (*Mitte*) sowie des Weiteren mit konkaven Flanken (*rechts*), Torsionsmoment $M_t=500\text{Nm}$

Tab. 1 Gegenüberstellung der numerisch, analytisch und experimentell ermittelten maximalen Torsionsspannung $\tau_{t,max}$, $M_t=500\text{Nm}$

	Numerisch [N/mm ²]	Analytisch [N/mm ²]	Versuch [N/mm ²]	$\Delta\tau_{t,max}$ [%]
H3_konvex	65,01	65,20	64,01	1,9
H5_flach	59,39	59,32	58,10	2,1
H5_konkav	71,61	71,34	–	–

3.1 Theoretische und experimentelle Torsionsbeanspruchung

Für die alleinige H-Profilwelle stellt die maximale Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ eine Funktion der Proflexzentrizität e und Mitnehmerzahl n sowie des Torsionsmoments M_t in der Form $\tau_{t,max}=f(M_t, e, n)$ dar. Sie ist damit bei gegebenem Torsionsmoment M_t eine rein geometrieabhängige Größe

und tritt entsprechend der numerisch ermittelten Spannungsverteilungen in Abb. 3 auf der Mantelfläche bzw. am Umfang der H-Profilwelle im Mitnehmerfuß auf. Bei Vergleich der nach DIN 3689 Teil 1 genormten H-Profile in Abb. 3 weist das H5-Profil mit flachen Flanken (*Mitte*) die geringste Beanspruchung und damit eine höhere Übertragungskapazität auf. Mit zunehmender Profilschärfe, entsprechend einer konkavere Flankenform, ergibt sich

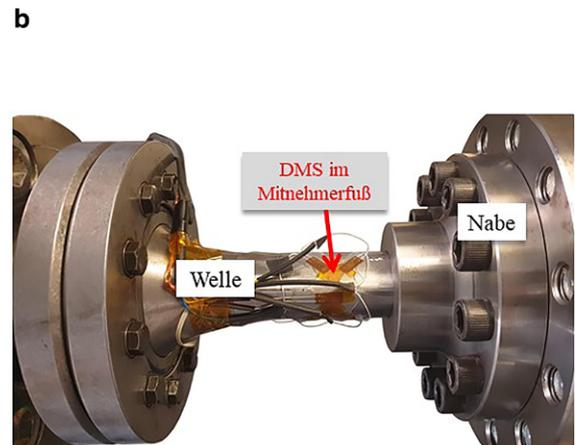
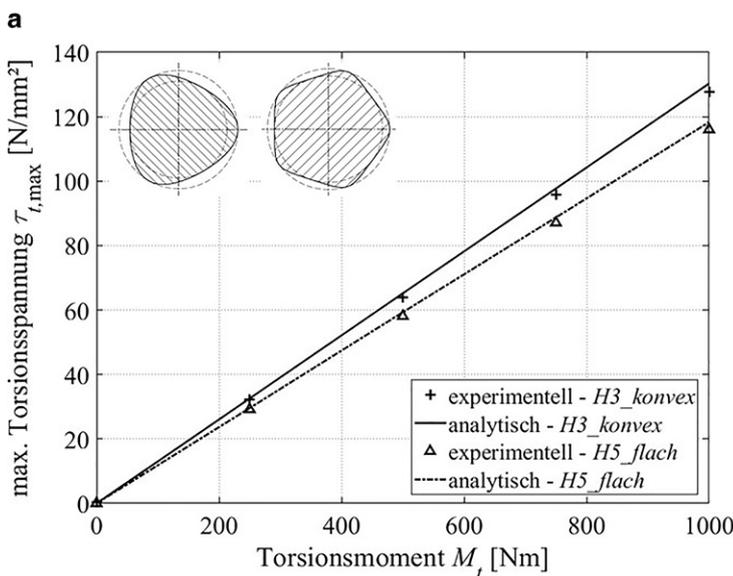


Abb. 4 Vergleich der experimentell ermittelten maximalen Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ mit den analytischen Werten des H3-Profiles sowie H5-Profiles mit flachen Flanken (a) sowie Darstellung der H3-Prüfwelle mit Applikation der Dehnungsmessstreifen (DMS) (b)

eine Zunahme der Beanspruchung, wie das vergleichsweise hochbeanspruchte H5-Profil mit konkaver Flankenform rechts in Abb. 3 beweist. In Analogie zu [3] wurden die numerisch/analytischen Werte mit dem experimentellen Wert verglichen. Auch für die Normprofile ergab sich hierbei nach Tab. 1 eine sehr gute Übereinstimmung, wie die maximale Abweichung von $\Delta\tau_{t,max} < 3\%$ des experimentellen Wertes der maximalen Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ vom analytischen Wert beweist und damit die Methode der konformen Abbildung nochmals bestätigt.

In Abb. 4b ist die H3-Prüfverbindung mit applizierten Dehnungsmessstreifen (DMS) im Mitnehmerfuß der Welle abgebildet. Das Diagramm links zeigt die analytisch berechnete maximale Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ mit den punktuell gemessenen experimentellen Werten in Abhängigkeit der Belastung für das konvexe H3-Profil und flache H5-Profil. Die Abweichungen der experimentellen Werte von den Analytischen sind vor allem auf Positioniergenauigkeiten beim Kleben der DMS zurückzuführen. In Tab. 1 sind die aus den experimentellen Dehnungen errechneten Spannungsmaxima für τ_t betragsmäßig den theoretischen Werten vergleichend gegenübergestellt. Es lässt sich resümieren, dass auch für die nach DIN 3689 Teil 1 genormten H-Profile die von ZIAEI in [3] vorgestellte Methode anwendbar ist. Die konforme Abbildung ermöglicht die Ermittlung des Spannungsverlaufs über den gesamten Profilmfang. Folglich wurde zudem die minimale Torsionsspannung $\tau_{t,min}$ am Mitnehmerkopf für alle 18 Normvarianten analytisch bestimmt.

3.2 Definition der Profil-Formzahl α_{Pt} für Torsion

Zur Charakterisierung der Profilkurve und damit der lokalen Spannungsüberhöhung im Mitnehmerfuß bei reiner Torsionsbeanspruchung wird die Profil-Formzahl α_{Pt} eingeführt. Sie stellt das Verhältnis der maximalen Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ zu einer Referenzspannung $\tau_{t,0}$ nach Gl. 1 dar.

$$\alpha_{Pt} = \frac{\tau_{t,max}}{\tau_{t,0}} \tag{1}$$

Die Referenzspannung $\tau_{t,0}$ ergibt sich hierbei auf Basis eines kreisrunden Querschnitts mit dem in DIN 3689 Teil 1 genormten profilspezifischen Basisradius r und der vorliegenden Belastung (s. a. Punkt 3.3). Setzt man in Gl. 1 die minimale Torsionsspannung $\tau_{t,min}$ am Mitnehmerkopf ein, ergibt sich die minimale Profil-Formzahl α'_{Pt} nach Gl. 2.

$$\alpha'_{Pt} = \frac{\tau_{t,min}}{\tau_{t,0}} \tag{2}$$

Diese kann beispielsweise bei umlaufender Biegebelastung mit statischer Torsion von Interesse sein. In Tab. 2 werden die maximalen und minimalen Profil-Formzahlen aller H-Profile der Reihen A und B aus DIN 3689 Teil 1 unter Angabe der Mitnehmerzahl n sowie der auf den Basisradius r bezogenen Exzentrizität $\varepsilon = e/r$ gelistet. Aufgrund der geometrischen Ähnlichkeit der Normprofile gelten die Profil-Formzahlen für alle Hüll- und Pferchkreisdurchmesser.

Tab. 2 Profil-Formzahlen α_{Pt} und α'_{Pt} für die in DIN 3689 – Teil 1 enthaltenen Reihen A und B

Mitnehmeranzahl n	Bezogene Exzentrizität ε	Torsion	
		α_{Pt}	α'_{Pt}
3	0,100	1,23	0,81
4	0,056	1,17	0,83
4	0,111	1,37	0,64
5	0,031	1,12	0,87
5	0,062	1,24	0,73
5	0,094	1,38	0,57
6	0,020	1,10	0,90
6	0,040	1,18	0,79
6	0,080	1,37	0,52
7	0,028	1,15	0,82
7	0,056	1,29	0,61
7	0,083	1,42	0,37
9	0,023	1,16	0,79
9	0,047	1,31	0,55
9	0,062	1,36	0,38
12	0,017	1,15	0,80
12	0,033	1,28	0,57
12	0,050	1,36	0,36

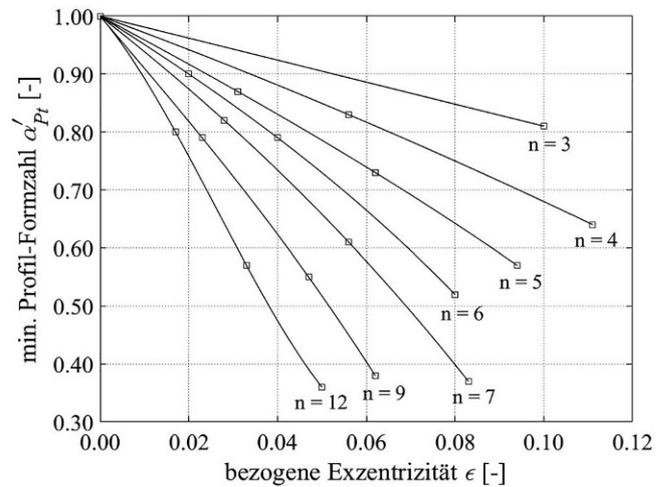
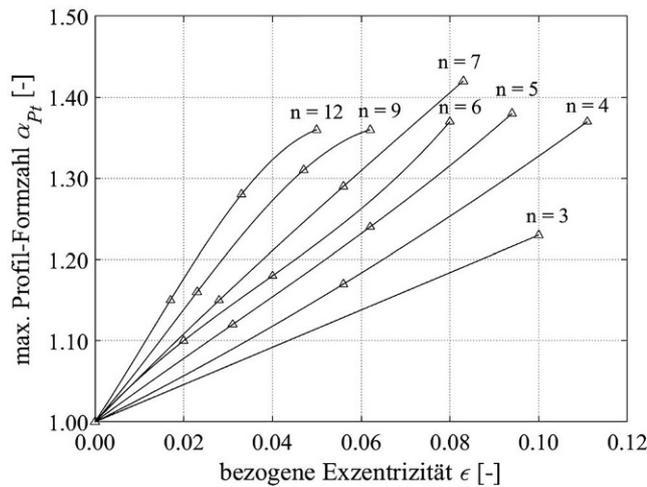


Abb. 5 Profil-Formzahlen für Torsion in Abhängigkeit der bezogenen Exzentrizität ϵ sowie Mitnehmeranzahl n für alle 18 Profilvarianten nach DIN 3689 Teil 1

In nachfolgender Abb. 5 werden die maximale und minimale Profil-Formzahl für die genormten Mitnehmerzahlen in Abhängigkeit der bezogenen Exzentrizität ϵ grafisch dargestellt. Die Verläufe wurden hierbei auf Grundlage der Normvarianten (markiert) interpoliert. Damit können die Werte nicht genormter Spezialprofile grafisch ermittelt werden.

3.3 Berechnungsgleichungen für die torsionsbeanspruchte H-Profilwelle

Die infolge eines Torsionsmomentes M_t auftretende maximale und minimale Torsionsspannung $\tau_{t,max}$ bzw. $\tau_{t,min}$ kann nun unter Hinzunahme der Profil-Formzahlen α_{pt} und α'_{pt} aus Tab. 2 nach den Gln. 3 und 4 entsprechend der Berechnung kreisrunder Querschnitte ermittelt werden.

$$\tau_{t,max} = \alpha_{pt} \frac{M_t}{W_{t,0}} \tag{3}$$

$$\tau_{t,min} = \alpha'_{pt} \frac{M_t}{W_{t,0}} \tag{4}$$

Das darin enthaltene Widerstandsmoment $W_{t,0}$ für Torsion für den kreisrunden Referenzquerschnitt mit dem Basisradius r der vorliegenden H-Profilwelle berechnet sich nach Gl. 5.

$$W_{t,0} = \frac{\pi r_0^3}{2} \quad \text{mit} \quad r_0 = r \tag{5}$$

Das aus Gl. 3 resultierende Spannungsmaximum ist für die Berechnung von statischen Sicherheiten mit den zulässigen Werkstoffkennwerten zu vergleichen. Durch Einsetzen von Gl. 5 in Gl. 3 und Auflösen nach dem Basisradius r kann rekursiv bei gegebenem Torsionsmoment M_t sowie

der Werkstofffestigkeit eine Dimensionierung der H-Profilwelle vorgenommen werden. Berechnungsgleichungen für die Verformung in Form des Verdrehwinkels φ sowie der axialen Verschiebungen u_z am Umfang des H-Profiles aufgrund der Verwölbung unrunder Querschnitte werden in [4] angegeben.

3.4 Rechnerische Profil-Kerbwirkungszahl β_{pt} bei dynamischer Belastung

Für den dynamischen Festigkeitsnachweis nach DIN 743 Teil 1 [8] wird eine Kerbwirkungszahl β , für Torsion benö-

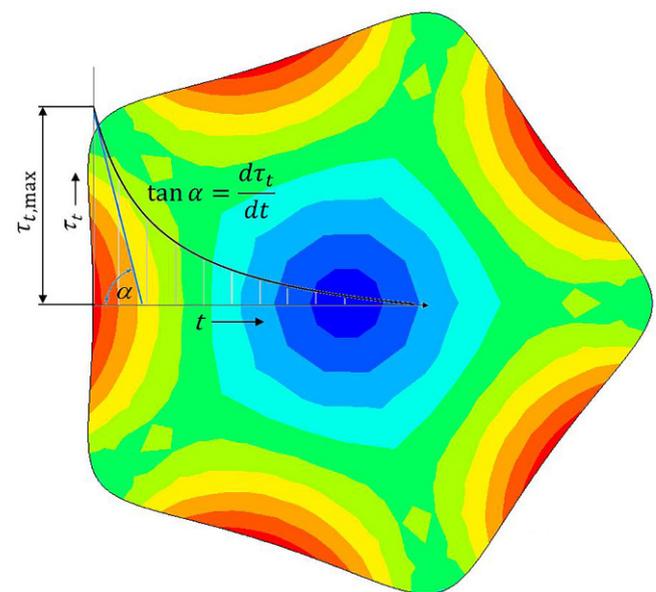


Abb. 6 Schematische Darstellung (stark vergrößert) des Spannungsgradienten $d\tau_t/dt$ in radialer Richtung ausgehend vom Ort des Spannungsmaximums $\tau_{t,max}$ im Mitnehmerfuß der Welle am Beispiel des konkaven H5-Profiles

tigt. Zum aktuellen Zeitpunkt existieren jedoch noch keine experimentellen Werte für β_{Pt} , welche auf Basis von Trepfenstufenversuchen an reinen H-Profilwellen ohne Nabe ermittelt wurden. Nach dem Verfahren von STIELER lässt sich eine rechnerische Kerbwirkungszahl β_{Pt} entsprechend Gl. 6 aus der bereits unter Punkt 3.2 vorgestellten Profil-Formzahl α_{Pt} sowie einer Stützzahl $n_{stütz}$ berechnen [9].

$$\beta_{Pt} = \frac{\alpha_{Pt}}{n_{stütz}} \tag{6}$$

In Analogie zur Profil-Formzahl α_{Pt} wird für die rechnerische Kerbwirkungszahl β_{Pt} der alleinigen H-Profilwelle der Index „P“ für Profil eingesetzt. Die Stützzahl $n_{stütz}$ in Gl. 6 wiederum hängt vom bezogenen Spannungsgefälle G' sowie der Werkstoff-Streckgrenze R_e ab und ergibt sich nach Gl. 7 für normalisierte und vergütete Stähle zu [9]:

$$n_{stütz} = 1 + \sqrt{G' \text{ mm} \cdot 10^{-\left(0,33 + \frac{K_1(d_{eff}) \cdot R_e}{712 \text{ N/mm}^2}\right)}} \tag{7}$$

In nachfolgender Abb. 6 wird der Spannungsgradient $d\tau_r/dt$ der Torsionsspannung τ_r in radialer Richtung, ausgehend vom Ort des Spannungsmaximums auf der Mantelfläche der Welle im Mitnehmerfuß, rein schematisch und zur besseren Veranschaulichung vergrößert am Beispiel des konkaven H5-Profils dargestellt. Der Gradient $d\tau_r/dt$ wurde hierbei rein numerisch für die drei untersuchten H-Profile ermittelt.

Das in Gl. 7 enthaltene bezogene Spannungsgefälle G' stellt nun den Quotienten aus dem oben abgebildeten Spannungsgradienten $d\tau_r/dt$ und der maximalen Torsionsspannung $\tau_{r,max}$ nach Gl. 8 [9] dar.

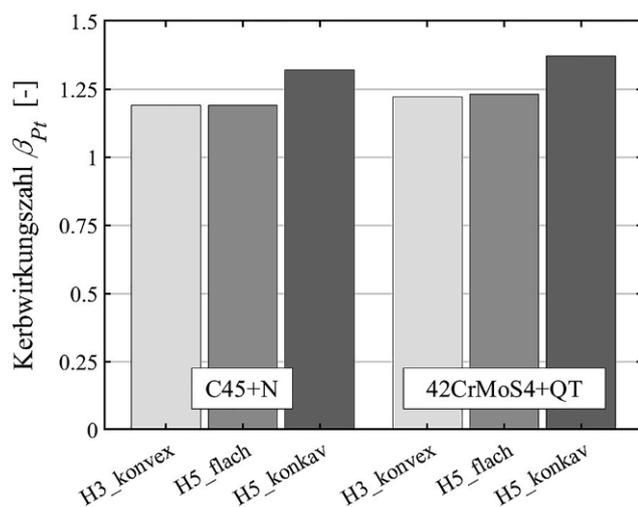


Abb. 7 Rechnerische Profil-Kerbwirkungszahl β_{Pt} für die H-Profilvarianten in Abhängigkeit des Werkstoffes, $R_e = 384 \text{ N/mm}^2$ (C45 + N), $R_e = 896 \text{ N/mm}^2$ (42CrMoS4 + QT)

Tab. 3 Profil-Kerbwirkungszahl β_{Pt}

	C45 + N	42CrMoS4 + QT
H3_konvex	1,19	1,22
H5_flach	1,19	1,23
H5_konkav	1,32	1,37

$$G' = \frac{1}{\tau_{r,max}} \left[\frac{d\tau_r}{dt} \right] \Big|_{t=0} \tag{8}$$

Unter Hinzunahme der mittels Zugversuch in [2] ermittelten Werkstoff-Streckgrenzen von $R_e = 384 \text{ N/mm}^2$ für den normalisierten C45 + N sowie von $R_e = 896 \text{ N/mm}^2$ für den vergüteten 42CrMoS4 + QT (Zugproben aus dem Halbzeug entnommen im Bereich des Basisdurchmessers d , damit $K_1(d_{eff}) = 1$) konnten die profilabhängigen Stützzahlen $n_{stütz}$ berechnet werden. In Abb. 7 sind die auf Basis von Gl. 6 berechneten Profil-Kerbwirkungszahlen für die drei untersuchten H-Profilvarianten in Abhängigkeit des Werkstoffes grafisch gegenübergestellt. Wie im Vergleich beider H5-Profile zu erkennen, ergibt hierbei eine konkavere Profilflanke einen höheren Betrag und damit stärkere Kerbwirkung. Das H3-Profil liegt hierbei auf dem Niveau des flachen H5-Profils.

In folgender Tab. 3 werden die errechneten Profil-Kerbwirkungszahlen nochmals betragsmäßig gegenübergestellt. SCHREITER hat in [10] bereits auf numerischen Untersuchungen basierende Graphen zum Ablesen der Kerbwirkungszahl β_{Pt} der H-Profilwelle in Abhängigkeit der bezogenen Exzentrizität ε für verschiedene Mitnehmerzahlen entwickelt, diese jedoch Werte unter den in Tab. 3 gelisteten für den Werkstoff C45 + N liefern. Die Abweichungen sind hierbei in der zur Berechnung von β_{Pt} notwendigen Profil-Formzahl α_{Pt} begründet. In [11] wurden diesbezüglich von SCHREITER Formzahlen basierend auf unterschiedlichen Referenzquerschnitten bestimmt, wobei sich z. T. große Abweichungen ergaben. Die finale Festlegung des Referenzquerschnitts kann in diesem Zusammenhang nur im stichprobenhaften Abgleich mit experimentell ermittelten Kerbwirkungszahlen von H-Profilwellen ohne Nabe erfolgen. Hierzu liegen aktuell noch keine Ergebnisse vor.

4 Tragverhalten der hypotrochoidischen Welle-Nabe-Verbindung

Unter Punkt 3 wurde die alleinige H-Profilwelle ohne Nabe betrachtet und eine mögliche Festigkeitsberechnung unter Hinzunahme der profilspezifischen Formzahl α_{Pt} für die statische Beanspruchung vorgestellt. Darüber hinaus wurde für den dynamischen Festigkeitsnachweis eine rein rechnerische Profil-Kerbwirkungszahl β_{Pt} für die im Rahmen dieser Arbeit fokussierten H-Profilvarianten aus Abb. 2 ermittelt.

Abb. 8 Elektromechanischer Unwuchtmassenprüfstand zur Erzeugung wechselnder und schwellender Torsionslasten

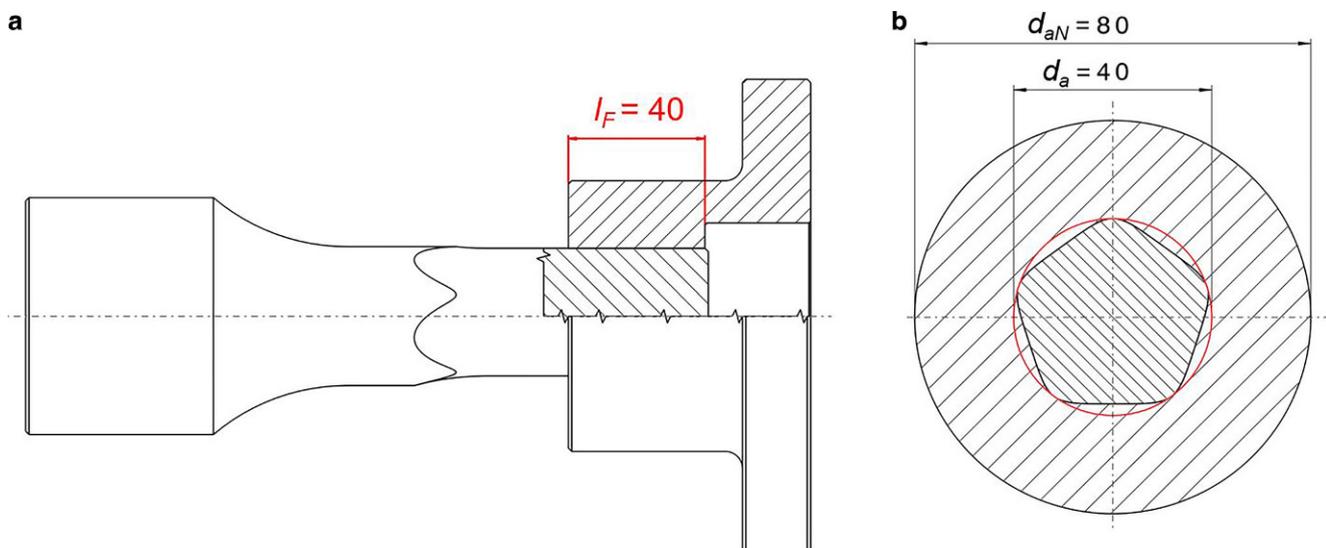
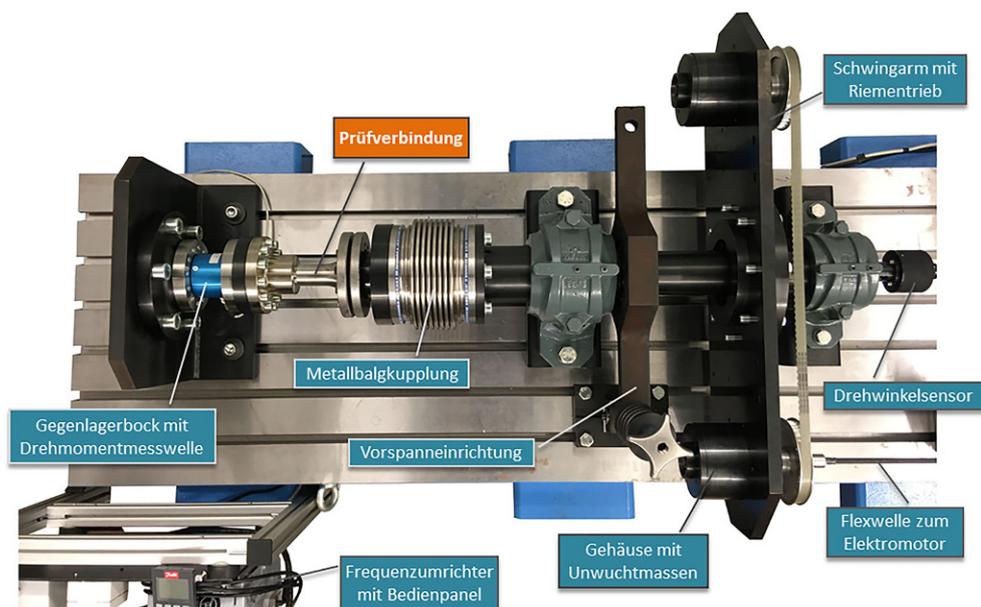


Abb. 9 Darstellung der Fügelänge von $l_F = 40$ mm (a), des radialen Bauraumbedarfs von $d_a = 40$ mm sowie des Durchmesserverhältnisses $Q_A = d_a/d_{aN} = 0,5$ (b) am Beispiel des flachen H5-Profiles

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen steht im nun folgenden Abschnitt die aus Sicht der technischen Anwendung relevantere hypotrochoidische Formschlussverbindung mit Nabe (H-PWNV) unter dynamischer Belastung im Fokus. Dabei werden der Einfluss der Mitnehmerzahl n , der Profilextrizität e sowie des Wellenwerkstoffs auf die dynamische Übertragungsfähigkeit untersucht. Dies erfolgt über einen Vergleich der im Treppenstufenversuch nach HÜCK [12] rein experimentell bestimmten Gestaltfestigkeiten sowie dauerhaft ertragbaren Torsionsmomentamplituden. Aus den erreichten Gestaltfestigkeiten werden zudem die experimentellen Kerbwirkungszahlen der Verbindung ermittelt.

Final erfolgt ein Abgleich dieser Werte mit den rechnerischen Kerbwirkungszahlen der alleinigen H-Profilwelle, um einen Rückschluss auf die tribologische Beanspruchung im Kontakt zwischen Welle und Nabe treffen zu können.

4.1 Probengeometrie und Versuchsparameter der dynamischen Untersuchungen

Die dynamischen Bauteilversuche wurden auf dem in Abb. 8 dargestellten elektromechanischen Unwuchtmassenprüfstand durchgeführt, dessen Aufbau und Wirkprinzip in [2] ausführlich vorgestellt wird. Die Ermittlung der

Gestaltfestigkeiten erfolgte hierbei auf Grundlage von Treppenstufenversuchen nach HÜCK [12]. Auf das Verfahren sei an dieser Stelle nicht genauer eingegangen, da es unter angegebener Literatur gut dokumentiert vorliegt. Es wurde ein Spannungsverhältnis von $R=0,2$ gewählt, damit der Kontakt zwischen Welle und Nabe auch bei Erreichen der Unterlast sichergestellt wird. Die Grenzllastwechselzahl N_G wurde aufgrund einer reibkorrosiven Schädigung analog zum Vorgehen bei Passfederverbindungen im IGF-Vorhaben Nr. 20055 BR [13] oder an evolventischen Zahnwellenverbindungen (IGF-Vorhaben Nr. 18406 BG [14]) auf $N_G=10$ Mio. Lastwechsel gesetzt. Nach Erreichen dieses Wertes wurde der Versuch abgeschaltet und die Probe als Durchläufer gewertet. Beim vorzeitigen Versagen der Verbindung durch Anriss kam es zur Überschreitung eines zuvor definierten Grenz-Verdrehwinkels und damit ebenfalls zu Abschaltung des Versuchs, welcher innerhalb der Treppenstufenfolge nun als Bruch gewertet wurde.

Die Probengeometrie betreffend, wurde zur Gewährleistung einer Vergleichbarkeit variabler H-Profilkonturen der radiale Bauraumbedarf, charakterisiert durch den in Abb. 9b rot markierten Hüllkreisdurchmesser d_a , auf einen Wert von $d_a=40$ mm fixiert. Damit weisen alle im weiteren Vorgehen untersuchten H-Profilvarianten einen identischen Hüllkreis auf, besitzen jedoch nach innen variable Pferchkreisdurchmesser d_i . Unter Verwendung dieses Wertes können Quer- vergleiche zu den experimentellen Ergebnissen aus [6] an nicht genormten H-PWNV erzielt werden.

Im Rahmen von [2] wurden numerische Untersuchungen zum Einfluss der Nabenwandstärke auf den Beanspruchungszustand in der Verbindung bei statischer Torsion durchgeführt. Hierbei ergab sich eine signifikante Abhängigkeit. Die Nabenwandstärke wird über das Durchmesser- verhältnis Q_A charakterisiert, welches dem Quotienten nach Gl. 9 entspricht:

$$Q_A = \frac{d_a}{d_{aN}} \tag{9}$$

Durch Wahl eines Nabenaußendurchmessers von $d_{aN}=80$ mm, entsprechend Abb. 9b, ergab sich eine ausreichend dickwandige Nabe mit $Q_A=0,5$ für die Bauteilversuche. Weiterhin war die Vorgabe der Fügelänge l_F zwischen Welle und Nabe nach Abb. 9a erforderlich. Zum Erhalt der Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen aus [6] wurde ein Füge-

längenverhältnis von $l_F/d_a=1,0$ und damit eine Fügelänge von $l_F=40$ mm gewählt.

Die Passung zwischen Welle und Nabe besitzt ein geringes Übermaß von $U=10\mu\text{m}$, was einem auf den Basisdurchmesser von $d=40$ mm bezogenen Übermaß von $\xi=U/d=0,25\text{‰}$ entspricht. Die Versuche wurden trocken, d. h. ohne Ölschmierung zwischen beiden Kontaktpartnern im laufenden Versuch oder ohne einmaliges Fetten der Verbindung vor dem Fügen, gefahren.

4.2 Dynamische Übertragungsfähigkeit der H-PWNV in Abhängigkeit variabler Profilparameter sowie des Wellenwerkstoffs

Im Rahmen der dynamischen Bauteilversuche wurden die in Abb. 2 dargestellten H-Profilvarianten untersucht. Die Auswertung der Treppenstufenversuche erfolgte nach DIN 50100 [15]. Die sich daraus ergebenden Gestaltfestigkeiten mit 50%iger Überlebenswahrscheinlichkeit sind für das im Versuch gefahrene Spannungsverhältnis von $R=0,2$ in Tab. 4 angegeben. Die Spannungen wurden hierbei auf Grundlage der in [1] genormten Basisdurchmesser d für die jeweilige H-Profilvariante berechnet. Im weiteren Vorgehen konnte aus der erreichten Gestaltfestigkeit $\tau_{IADK,50\%}$ die experimentelle Kerbwirkungszahl für Torsion $\beta_{t,exp}$ bestimmt werden. Sie errechnet sich im Allgemeinen nach Gl. 10 gemäß [9]:

$$\beta_{t,exp} = \frac{\tau_{tW}}{\tau_{tWK}} \tag{10}$$

Die beiden im Quotienten enthaltenen Torsions-Wechsel- festigkeiten (τ_{tW} für die ungekerbte Rundprobe sowie τ_{tWK} für das Bauteil) gelten jedoch für eine wechselnde Beanspruchung mit dem Spannungsverhältnis von $R=-1$. Aus diesem Grunde musste die im Treppenstufenversuch ermittelte Gestaltfestigkeit $\tau_{IADK,50\%}$ für $R=0,2$ in die Wechselfestigkeit umgerechnet werden. Hierzu muss der Rechengang nach DIN 743 Teil 1 rekursiv ausgeführt werden. Die Gestaltfestigkeit τ_{IADK} berechnet sich für das in den Versuchen vorliegende konstante Verhältnis zwischen Ausschlagspan-

Tab. 4 Experimentell ermittelte Kennwerte in Abhängigkeit des Wellen-Werkstoffs für die untersuchten Profilvarianten, bezogenes Übermaß $\xi=0,25\text{‰}$, trocken ohne Schmierung, dickwandige Nabe mit $Q_A=0,5$, schwellige Torsion $R=0,2$

	H5_flach C45R+N	H3_konvex 42CrMoS4+QT	H5_flach	H5_konkav
$\tau_{IADK,50\%}$ [N/mm ²]	96	90	93	90
$M_{Ia,NG}$ [Nm]	1009	848	980	888
$\beta_{t,exp}$ [-]	1,7	2,9	2,8	2,9

nung und Mittelspannung bei Änderung der Betriebslast nach Gl. 11 gemäß [8]:

$$\tau_{tADK} = \frac{\tau_{tWK}}{1 + \Psi_{\tau K} \cdot \tau_{mv} / \tau_{ta}} \tag{11}$$

Hierbei sind:

- $\Psi_{\tau K}$ Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit
- τ_{mv} Vergleichsmittelspannung
- τ_{ta} Torsionsspannungsamplitude

Aufgrund des Vorliegens einer reinen Schubbeanspruchung bei Torsion ist die Vergleichsmittelspannung τ_{mv} der Torsionsmittelspannung τ_{tm} gleichzusetzen. Der Einflussfaktor $\Psi_{\tau K}$ berechnet sich nach Gl. 12 zu [8]:

$$\Psi_{\tau K} = \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_1(d_{eff}) \cdot R_m - \tau_{tWK}} \tag{12}$$

Hierbei ist:

- $K_1(d_{eff})$ Technologischer Größeneinflussfaktor → gewählt 1,0, Werkstofffestigkeit mittels Zugproben, entnommen am Basisdurchmesser d , durch Zugversuch bestimmt

Durch Einsetzen der Gl. 12 in Gl. 11 ergibt sich nach Umstellen und Lösen der quadratischen Gleichung die Bauteil-Wechselspannung τ_{tWK} . Mit dieser Wechselspannung lässt sich nun der Gesamteinflussfaktor K_τ für Torsion nach Gl. 13 berechnen [8].

keit lässt sich nun der Gesamteinflussfaktor K_τ für Torsion nach Gl. 13 berechnen [8].

$$K_\tau = \frac{\tau_{tW} \cdot K_1(d_{eff})}{\tau_{tWK}} \tag{13}$$

Mit:

$$\tau_{tW} = 0,3 \cdot R_m \text{ [16]} \rightarrow \text{Zugfestigkeit } R_m = 701 \text{ N/mm}^2 \text{ (C45R + N)}$$

$$R_m = 1040 \text{ N/mm}^2 \text{ (42CrMoS4 + QT)}$$

Dieser Einflussfaktor fließt final in die Berechnung der Kerbwirkungszahl $\beta_{t,exp}$ nach Gl. 14 ein [8].

$$\beta_{t,exp} = K_2(d) \left[K_\tau K_V + 1 - \frac{1}{K_{F\tau}} \right] \tag{14}$$

Hierbei sind:

- $K_2(d)$ Geometrischer Größeneinflussfaktor
→ gewählt entsprechend Basisdurchmesser d
- K_V Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung
→ gewählt 1,0
- $K_{F\tau}$ Einflussfaktor der Oberflächenrauheit für Torsion
→ gewählt 1,0

Die unter diesem Rechengang ermittelten experimentellen Kerbwirkungszahlen $\beta_{t,exp}$ sind in Abb. 10 für die untersuchten H-Profilvarianten in Abhängigkeit des Wellenwerkstoffs vergleichend gegenübergestellt. Die Naben bestanden einheitlich aus C45R + N.

Das flache H5-Profil mit C45R + N Wellenwerkstoff und damit gleicher Werkstoffpaarung Welle/Nabe weist hierbei

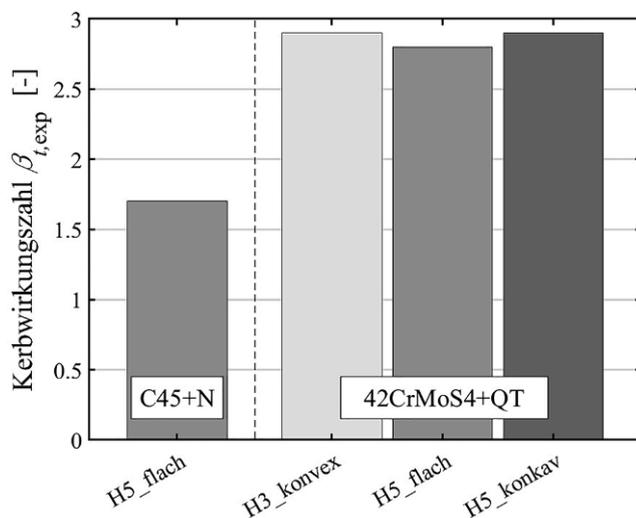


Abb. 10 Experimentelle Kerbwirkungszahlen in Abhängigkeit der Profilvariante sowie des Wellenwerkstoffs bei schwelender Torsionsbelastung ($R=0,2$)

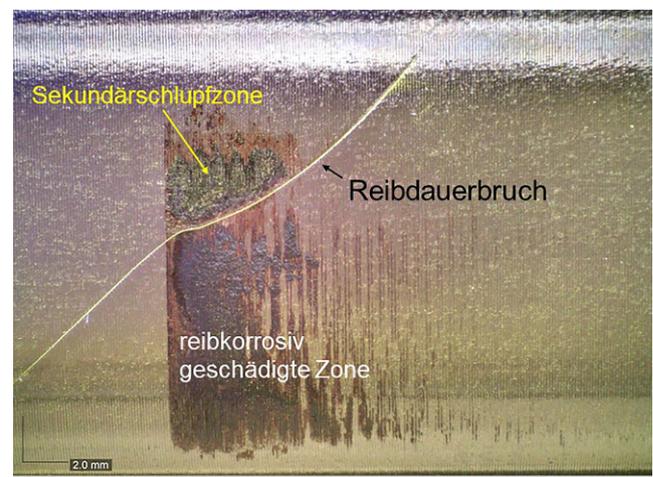


Abb. 11 Charakteristischer Verlauf eines Reibdauerbruches mit Rissnitiierung im Bereich der reibkorrosiv geschädigten Zone innerhalb der Fuge zwischen Welle und Nabe, exemplarisch an einem Mitnehmer

den geringsten Wert von $\beta_{r,exp} = 1,7$ auf und besitzt damit die größte dynamische Übertragungskapazität.

Die Bestimmung des Einflusses der Profilparameter Mitnehmerzahl n sowie Profilexzentrizität e auf die experimentelle Kerbwirkungszahl $\beta_{r,exp}$ erfolgte auf Grundlage der Werkstoffpaarung 42CrMoS4+QT (Welle) / C45+N (Nabe), ersichtlich in Abb. 10 rechts. Für den höherfesten Stahl kann in Analogie zu experimentellen Ergebnissen in [6] und beispielsweise auch an von WINTERFELD in [17] untersuchten P4C-Verbindungen eine signifikante Erhöhung der Kerbwirkungszahl $\beta_{r,exp}$ und damit eine vergleichsweise geringe Ausnutzung der höheren Werkstofffestigkeit festgestellt werden. Für das flache H5-Profil ergibt sich eine Erhöhung der experimentellen Kerbwirkungszahl $\beta_{r,exp}$ um ca. 65% im Vergleich zum Wellenwerkstoff C45+N. Entsprechend Tab. 4 liegt die Gestaltfestigkeit $\tau_{tADK,50\%}$ damit lediglich im Bereich des niederfesten C45+N. Ursächlich für dieses Ergebnis ist die höhere Empfindlichkeit hochfester Stähle gegenüber Reibkorrosion. Eine Bestätigung dieses Werkstoffverhaltens liefern auch die Ergebnisse aus dynamischen Untersuchungen an Passfederverbindungen in [13].

Wie bereits in [2] und [6] diskutiert, erfolgt das Versagen der H-PWNV unter dynamischer Beanspruchung aufgrund einer tribologischen Schädigung in der Fuge im Bereich der Nabenkante. Es kommt zu einer reibkorrosiven Rissinitiierung in der Kontaktfläche zwischen Welle und Nabe und im Weiteren zu einem spannungsmechanischen Risswachstum.

In nachfolgender Abb. 11 wird der charakteristische Verlauf eines Reibdauerbruches dargestellt. Der tribologisch bedingte Anriss erfolgt im Bereich der reibkorrosiv geschädigten Zone innerhalb der Fuge zwischen Welle und

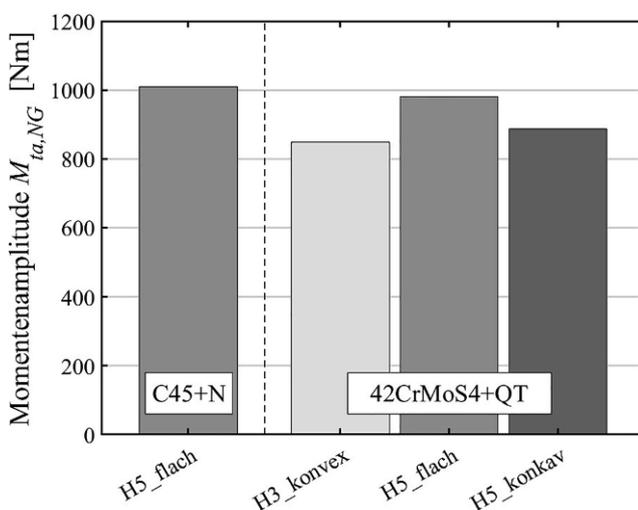


Abb. 12 Dauerfest ertragbare Torsionsmomentamplitude $M_{t,a,NG}$ in Abhängigkeit der Profilvarianten sowie des Werkstoffs bei schwellender Torsionsbelastung ($R=0,2$, Hülldurchmesser einheitlich $d_a=40$ mm)

Nabe und verläuft zunächst in axialer Richtung. Das weitere spannungsmechanische Risswachstum erfolgt torsions-typisch im Winkel von 45° zur Wellenachse. Die Sekundärschlupfzone ergibt sich aufgrund des Aufklaffens des Anrisses innerhalb der Fuge unter weiter einwirkender Torsionslast.

Die Variation der Mitnehmerzahl n ergab keine nachweisbare Änderung von $\beta_{r,exp}$, wie im Vergleich des konvexen H3-Profiles mit dem konkaven H5-Profil nach Abb. 10 ersichtlich. Eine Erhöhung der Übertragungsfähigkeit lässt sich aber unter Beibehaltung der Mitnehmerzahl n durch eine Reduktion der Profilexzentrizität e und damit Verringerung der Kerbschärfe erreichen, wie der Vergleich beider H5-Profilvarianten zeigt. Es sei jedoch an dieser Stelle auf den abnehmenden Formschlussgrad bei Reduktion der Profilexzentrizität e hingewiesen. Dieser führt zu einer Zunahme der im Kontakt existenten Schlupfamplituden und damit zu einer Erhöhung der tribologischen Beanspruchung, welche wiederum eine Reduktion der Dauerfestigkeit bedingen könnte. Vor diesem Hintergrund sind weitere Untersuchungen an hypotrochoidischen WNV notwendig, welche vor allem die in DIN 3689 Teil 1 enthaltene Variantenvielfalt in geeigneter Form abdecken.

Aus anwendungstechnischer Sicht erscheint Abb. 12 interessanter. Hier wird eine Gegenüberstellung auf Grundlage der dauerfest ertragbaren Momentenamplitude $M_{t,a,NG}$ für den Hülldurchmesser $d_a=40$ mm gegeben.

Die Ermittlung der experimentellen Kerbwirkungszahlen beinhaltet den Einfluss variabler Nennspannungen, welche sich aufgrund der unterschiedlichen Basisdurchmesser der H-Profilvarianten ergeben. Damit geht eine geringfügige Verzerrung des Vergleichs aus Abb. 10 einher. Vor diesem Hintergrund wurde ein Vergleich der dauerfest ertragbaren Momentenamplituden in Abb. 12 ergänzt. Das H5-Profil mit flachen Flanken gewinnt hierbei etwas an Übertragungskapazität gegenüber der konkaven Flankenform. Das H3-Profil liegt auf dem niedrigsten Niveau. In Tab. 4 sind die Absolutwerte nochmals vergleichend gegenübergestellt.

4.3 Vergleich der Kerbwirkungszahlen der alleinigen H-Profilwelle sowie der Verbindung mit Nabe

Im Vergleich der rechnerischen und experimentellen Kerbwirkungszahlen aus Abb. 7 und 10 der drei untersuchten H-Profilvarianten fällt die recht hohe Abweichung auf. Die rechnerischen Werte der alleinigen H-Profilwelle liegen im Bereich von $\beta_{r,exp} = 1,2-1,4$ in Abhängigkeit der Profilkon-tur sowie des Werkstoffs. Die experimentellen Werte der gesamten Verbindung ordnen sich bei $\beta_{r,exp} = 1,7$ für den Wellen-Werkstoff C45+N sowie bei $\beta_{r,exp} = 2,8-2,9$ für den 42CrMoS4+QT ein. Der Werkstoffeinfluss ist bei der alleinigen H-Profilwelle mit einer maximalen Abweichung

der Kerbwirkungszahlen von ca. 4 % verschwindend gering. Der Einfluss der Profillexzentrität e ist hierbei mit einem ca. 10 % höheren Wert des konkaven H5-Profiles zur flachen Flankenform schon deutlicher.

Unter einer schwellenden Torsionsbeanspruchung besitzt das flache H5-Profil mit Nabe und C45+N Wellen-Werkstoff eine um ca. 43 % höhere Kerbwirkungszahl $\beta_{t,exp}$ im Vergleich zur alleinigen H-Profilwelle. Hierbei zeigt sich der Einfluss der Nabengeometrie als Steifigkeitssprung in der Wirkung ähnlich eines Wellenabsatzes. Die H-Profilkontur stellt in Kombination mit der darauf sitzenden Nabe eine Doppelkerbe dar und führt an der Nabenkante zu einer lokalen Beanspruchungsüberhöhung. Die Folge ist eine Reduktion der Gestaltfestigkeit und damit Erhöhung der Kerbwirkungszahl $\beta_{t,exp}$. Unter Einsatz eines 42CrMoS4+QT Wellen-Werkstoffs ergibt sich für die selbige Profilkontur und Nabengeometrie eine weitere Erhöhung der Kerbwirkungszahl $\beta_{t,exp}$ um über 100 % zur alleinigen H-Profilwelle. Hierbei wird neben des Nabeneinflusses die zusätzliche Einwirkung der Reibkorrosion auf die Gestaltfestigkeit und damit auf die Kerbwirkungszahl $\beta_{t,exp}$ ersichtlich. Die reibkorrosive Empfindlichkeit der Werkstoffpaarung spielt hierbei eine entscheidende Rolle.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Erhöhung der Kerbwirkungszahl β_t in Bezug auf die alleinige H-Profilwelle von der Nabengeometrie und der tribologischen Beanspruchung in der Fuge abhängt. Der Versagensort im hoch beanspruchten Mitnehmerfußbereich der alleinigen H-Profilwelle verschiebt sich im Einsatz als Formschlussverbindung mit Nabe auf die sich im Kontakt befindliche Flanke im Bereich der Nabenkante.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Mit den im vorliegenden Beitrag dargestellten Ergebnissen konnte ein umfangreicher Einblick zum Forschungsstand bezüglich des Tragverhaltens hypotrochoidischer Welle-Nabe-Verbindungen unter reiner Torsionsbeanspruchung gegeben werden. Auf Grundlage der Norm DIN 3689 Teil 1 sind die H-Profile geometrisch definiert und können entsprechend des vorliegenden Anwendungsfalls dimensioniert werden. Zum aktuellen Zeitpunkt fehlt jedoch noch eine valide Festigkeitsberechnung, auf Grundlage derer erforderliche statische und dynamische Sicherheiten berechnet werden können.

Für die alleinige H-Profilwelle existieren bereits verlässliche Berechnungsgleichungen, welche auf einer analytischen Methode fußen. Für den statischen Lastfall wurden diese Gleichungen bereits experimentell abgesichert. Die Ergebnisse wurden unter Punkt 3 dieses Beitrags vorgestellt. Eine experimentelle Absicherung der Kerbwirkungszahlen für die dynamische Beanspruchung unter wechself-

Tab. 5 Formelverzeichnis

d	Basisdurchmesser, Durchmesser allgemein
d_a	Hüllkreisdurchmesser
d_i	Pferchkreisdurchmesser
e	Profillexzentrität
G'	Bezogenes Spannungsgefälle
I_t	Torsionsträgheitsmoment
K_{Fr}	Einflussfaktor der Oberflächenrauheit für Torsion
K_V	Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung
$K_1(d_{eff})$	Technologischer Größeneinflussfaktor
$K_2(d)$	Geometrischer Größeneinflussfaktor
K_τ	Gesamteinflussfaktor für Torsion
l_F	Fügelänge
M_t	Torsionsmoment
M_{ta}	Torsionsmomentamplitude
$M_{ta,NG}$	Dauerfest ertragbare Torsionsmomentamplitude
n	Mitnehmerzahl
$n_{stütz}$	Stützzahl
N_G	Grenzlastwechselzahl
Q_A	Durchmesser Verhältnis
$W_{t,0}$	Widerstandsmoment gegen Torsion des Referenzquerschnitts
r	Basisradius
r_0	Radius des Referenzquerschnitts
R	Spannungsverhältnis
R_e	Streckgrenze
R_m	Zugfestigkeit
t	Radiale Richtung
u_z	Axiale Verschiebung
U	Übermaß
α_t	Formzahl für Torsion
α_{Pt}	Maximale Profil-Formzahl für Torsion
α'_{Pt}	Minimale Profil-Formzahl für Torsion
β_t	Kerbwirkungszahl für Torsion
$\beta_{t,exp}$	Experimentelle Kerbwirkungszahl für Torsion
β_{Pt}	Rechnerische Profil-Kerbwirkungszahl für Torsion
ε	Bezogene Profillexzentrität
ξ	Bezogenes Übermaß
τ_{mv}	Vergleichsmittelspannung
τ_t	Torsionsspannung
τ_{ta}	Torsionsspannungsamplitude
τ_{tm}	Torsionsmittelspannung
$\tau_{t,max}$	Maximale Torsionsspannung
$\tau_{t,min}$	Minimale Torsionsspannung
$\tau_{t,0}$	Torsionsspannung des Referenzquerschnitts
$\tau_{tADK,50\%}$	Gestaltfestigkeit für Torsion mit 50%iger Überlebenswahrscheinlichkeit
τ_{tW}	Torsions-Wechselfestigkeit der ungekerbten, polierten Rundprobe
τ_{tWK}	Torsions-Wechselfestigkeit des Bauteils
φ	Verdrehwinkel
$\Psi_{\tau K}$	Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit

der oder schwellerer Last ist jedoch ausstehend. Hierzu ist eine überschaubare Anzahl an Stichversuchen noch erforderlich und eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten zu erwarten. Die hier dargestellten Ergebnisse zur H-Profilwelle werden zeitnah in den Berechnungsteil 2 der Norm DIN 3689 einfließen und damit dem Konstrukteur ein Werkzeug zur Auslegung der H-Profile zur Verfügung stellen.

Die rechnerische Auslegung der H-Profilverbindung mit Nabe erfordert noch größere Anstrengungen. Die z. T. stark differierenden Kerbwirkungszahlen aufgrund der reibkorrosiven Schädigung in der Fuge erfordern ein noch zu definierendes Versagenskriterium bzw. eine im Rahmen einer Festigkeitsberechnung belastbare Beanspruchungsgröße. Hierbei muss zudem die vorliegende Nabengeometrie Berücksichtigung finden. Ergebnisse in diesem Zusammenhang sind bereits vorliegend, jedoch noch nicht gänzlich mathematisch abbildbar, weshalb im vorliegenden Beitrag zunächst darauf verzichtet wurde.

Neben der Motivation im Aufstellen einer abgesicherten Festigkeitsberechnung konnte mit Blick auf die vergleichsweise geringe experimentelle Kerbwirkungszahl von $\beta_{r,exp} = 1,7$ des H5-Profils mit flacher Flankenform bei gleicher Werkstoffpaarung aus C45R + N jedoch das große Potenzial der H-PWNV unter reiner Torsionslast aufgezeigt werden. Vor dem Hintergrund einer großserientauglichen und wirtschaftlichen Herstellbarkeit durch moderne Fertigungstechnologien und moderate Werkzeugkosten sowie der Norm DIN 3689 sei der Hypotrochoide als neuartige Formschlussverbindung eine erfolgversprechende Zukunft zugesprochen.

6 Formelverzeichnis

Das Formelverzeichnis ist in Tab. 5 aufgeführt.

Danksagung Für die Finanzierung der Forschungsarbeiten im Rahmen des IGF-Vorhabens Nr. 21098 BR, welche größtenteils zu den in diesem Beitrag vorgestellten Ergebnissen geführt haben, möchten sich die Autoren bei der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF) sowie im Besonderen der Forschungsvereinigung Antriebstechnik (FVA) bedanken.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Interessenkonflikt M. Selzer, M. Ziaei und F. Forbrig geben an, dass kein Interessenkonflikt besteht.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

1. DIN 3689-1: Welle-Nabe-Verbindung – Hypotrochoidische H-Profile – Teil 1: Geometrie und Abmessungen. Deutsches Institut für Normung, Berlin 2021
2. F. Forbrig, M. Ziaei, M. Selzer: Hochfeste formschlüssige Verbindungen unter dynamischer Belastung – Einfluss von Profilkontur, Werkstoff und Fertigung. FVA-Nr. 898-I, IGF-Vorhaben Nr. 21098 BR, Abschlussbericht Heft Nr. 1595, Frankfurt am Main, 2023
3. M. Ziaei: Torsionsspannungen in prismatischen, unrunder Profilhellen mit trochoidischen Konturen. *Forschung im Ingenieurwesen*, Ausgabe 04/2021 S. 985–995, Springer: Berlin/Heidelberg 2021, <https://doi.org/10.1007/s10010-021-00552-0>
4. Ziaei M (2022) Bending Stresses and Deformations in Prismatic Profiled Shafts With Noncircular Contours Based on Higher Hybrid Trochoids. *Appl Mech* 3(3):829–842. <https://doi.org/10.3390/applmech3030060>
5. Maschinenmarkt Produktion und Fertigung 10/2010, Unrunddrehen mit großer Dynamik. <https://www.maschinenmarkt.vogel.de/unrunddrehen-mit-grosser-dynamik-a-285977>
6. Westsächsische Hochschule Zwickau, TU Chemnitz: Entwicklung eines analytischen Berechnungskonzeptes für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen mit hypotrochoidischen Verbindungen. Abschlussbericht zum DFG-Vorhaben Nr. ZI 1161/2 (Westsächsische Hochschule Zwickau) und LE 969/21 (TU Chemnitz), 2020
7. Ziaei M (2023) Bending and Torsional Stress Factors in Hypotrochoidal H-Profiled Shafts Standardised According to DIN 3689-1. *Eng* 4:829–842. <https://doi.org/10.3390/eng4010050>
8. DIN 743-1: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen – Teil 1: Einführung, Grundlagen. Deutsches Institut für Normung, Berlin 2012
9. DIN 743-2: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen – Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungszahlen. Deutsches Institut für Normung, Berlin 2012
10. Schreiter R (2020) Tragfähigere Welle-Nabe-Verbindung durch H-Profile – Teil 2. *antriebstechnik* Heft. NR 12:
11. Schreiter R (2022) Numerische Untersuchungen zu Form- und Kerbwirkungszahlen von hypotrochoidischen Polygonprofilen unter Torsionsbelastung. Dissertation, Technische Universität Chemnitz
12. Hück M (1983) Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen. *Werkstofftechnik* (14):406–417
13. A. Hasse, F. Kresinsky: Gestaltfestigkeit dynamisch rein torsionsbeanspruchter Passfederverbindungen. FVA-Nr. 831-I, IGF-Vorhaben Nr. 20055 BR, Abschlussbericht Heft Nr. 1606, Frankfurt am Main, 2024
14. G. Schäfer, M. Ziaei, J. Wild, F. Mörz, M. Selzer: Optimierung des Zahnwellenprofils primär zur Drehmomentübertragung unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Fertigungsmöglichkeiten. FVA-Nr. 742-I, IGF-Vorhaben Nr. 18406 BG, Abschlussbericht Heft Nr. 1316, Frankfurt am Main, 2018
15. (2016) Schwingfestigkeitsversuch – Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für

- metallische Werkstoffproben und Bauteile. DIN, Bd. 50100. Deutsches Institut für Normung, Berlin
16. DIN 743-3: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen – Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte. Deutsches Institut für Normung, Berlin 2012
17. Winterfeld J (2001) Einflüsse der Reibdauerbeanspruchung auf die Tragfähigkeit von P4C-Welle-Nabe-Verbindungen. Dissertation, Technische Universität Berlin

Hinweis des Verlags Der Verlag bleibt in Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutsadressen neutral.